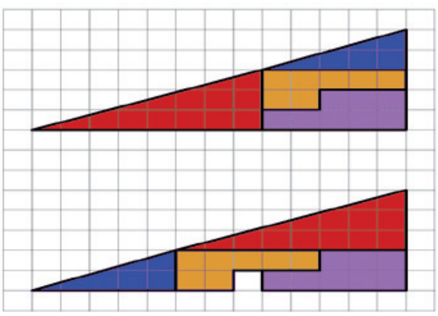
Rompecabezas matemáticos

*Por Antonio Montalbán**

Continuando con la serie de problemas que se proponen en estas páginas, se plantea uno nuevo y se da la solución explicada del problema del queso y del ratón planteado en el número anterior.

Nuevo Problema

En la figura vemos cómo cuatro piezas, exactamente iguales, son re-acomodadas dando lugar a un casillero blanco que antes no estaba. ¿Cómo puede ser?



Problema: El queso y el ratón

Planteo:

Un ratón se encuentra con un cubo de queso que es cortado en 3 por 3 por 3. O sea, es cortado en 27 cubitos de queso, como un cubo Rubik. Este ratón, que es muy exquisito en su proceder, quiere comer el cubo de queso entero de una forma particular tal como se indica:

(1) sólo puede comer un cubito a la vez;

(2) cuando termina con un cubito pasa a comer un cubito adyacente, o sea un cubito que esté justo al lado del que recién comió; y

(3) tiene que terminar comiendo el cubito del centro (porque es el más rico y lo quiere dejar para el final).

Pregunta:

¿Puede el ratón comer el queso entero de esta manera? Si sí, explique cómo. Si no, explique por qué.

Respuesta:

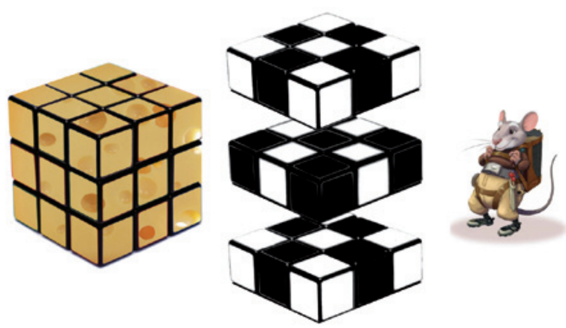
El lector que ha intentado encontrar un camino para el ratón habrá notado que parece una tarea imposible. El hecho de que uno no pueda encontrar un camino como el que el ratón quiere recorrer no demuestra que no lo haya. Para responder la pregunta planteada debemos dar una demostración matemática de que no existe tal camino.

La demostración comienza con el siguiente truco: Imaginemos que los cubitos están pintados de blanco y negro alternadamente, como si fuera un tablero de ajedrez tridimensional (ver figura). Supongamos también que el cubo central está pintado de negro y las 8 esquinas están pintadas de blanco.

Contemos ahora la cantidad de cubitos que hay de cada color. Recuérdese que en total hay 3x3x3=27 cubitos. Como se ve en la figura, tenemos 5 cubitos blancos en el primer nivel, 4 en el segundo y 5 en el tercero. Por lo tanto tenemos un total de 5+4+5=14 cubitos blancos. De color negro tenemos 4, 5 y 4 en cada nivel y por lo tanto 13 cubitos negros en total.

Supongamos que el ratón come todos los cubitos, uno por uno, siempre pasando de un cubito a uno adyacente como en la descripción del problema. Demostraremos que el último cubito que come nunca puede ser el del centro, como el ratón quiere.

Al estar los cubitos blancos y negros alternados, observamos que cualquiera sea el recorrido que el ratón elija, siempre come intercaladamente un cubito blanco y uno negro. Por lo tanto, cuando el ratón haya comido los primeros 26 cubitos, y le falte sólo el último, va a haber comido la misma cantidad de cada color; es decir 13 blancos y 13 negros. Esto significa que el último cubito que queda es blanco, y por lo tanto no es el cubito central que dijimos era negro.



**Antonio Montalbán* *es Licenciado en Matemáticas por la Universidad de la República (UR) y PhD de la Universidad de Cornell (Estados Unidos). Actualmente trabaja como investigador y docente en la Universidad de Chicago (Estados Unidos).*